

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПЕРЕСТРАХУВАННЯ

Страховання передбачає фінансову безпеку та захист незалежності особи, що застраховується. Принципи його досить прості: страхування захищає інвестиції, життя та майно. Ви регулярно сплачуєте певну суму грошей в обмін на гарантію, що у разі непередбачених обставин (нещасний випадок, хвороба, смерть, пошкодження майна) страхова компанія захистить вас у вигляді фінансової компенсації.

Перестраховання в свою чергу досить суттєво впливає на забезпечення фінансової стійкості страховика, оскільки по кожному з видів страхування існує ймовірність великих та дуже великих ризиків, які одна страхова компанія не може повністю взяти на себе. У разі портфеля із дуже великими ризиками компанія може обмежити їх прийняття або віддати частину у перестрахованні. Обрання шляху цілком залежить від політики компанії та виду страхування.

У цій роботі розглянуто основні типи перестраховання та їх математичні моделі. Проведено аналіз ймовірності банкрутства та оптимальності використання того чи іншого типу перестраховання.

Також наведено декілька прикладів та основних результатів досліджень цієї теми. Сьогодні страхова індустрія активно набуває популярності як в Україні, так і в усьому світі. Відповідно за великої конкуренції кожен страховик бажав отримати максимальний прибуток за мінімальних зусиль.

Ключові слова: математичне моделювання, перестраховання, актуарна математика.

Вступ

Страхова індустрія існує, тому що люди готові платити гроші, щоб бути застрахованими. Проте мета страхового бізнесу — отримання максимального чистого прибутку за достатніх страхових резервів для покриття можливих страхових вимог із заданим рівнем надійності.

Для вдосконалення страхового бізнесу використовують нові страхові тарифи, введення нових страхових продуктів, використання реклами, інвестиції та перестраховання ризиків.

Перестраховання — це система прийняття та перерозподілу ризиків між страховиками, при якій перший страховик бере на себе весь ризик, а потім вже на узгоджених умовах розміщує його між страховиками. При цьому перед страховальником всю відповідальність за ризиком несе прямий страховик. Зауважимо, що відповідальність за ризиком, що залишається на власному утриманні, має відповідати його фінансовим можливостям.

Власне утримання — сума, яку може заплатити страховик при настанні окремого страхового випадку, не ставлячи під загрозу власну фінансову стійкість. Різниця між обсягом зобов'язань та власним утриманням — розмір зобов'язань, що мають бути передані в перестраховання.

Перестраховальник (цедент) — страховик,

що бере спочатку ризик у страхуванні та потім на узгоджених договором умовах передає його весь або частину іншому страховику.

Перестраховик (ретроцедент) — страховик, що взяв на себе ризик у перестрахованні.

Основною функцією перестраховання є вторинний розподіл ринку, розподіл відповідальності серед великої кількості страховиків як на внутрішньому, так і на зовнішньому страховому ринку [3].

При здійсненні перестраховання кожна страхова компанія виходить з того, що цей процес має бути економічно ефективним при досягненні поставленої цілі, а також має враховувати необхідні витрати страхової компанії для укладення договору [4].

Факультативний метод перестраховання полягає в тому, що перестраховальнику і перестраховику надана можливість оцінки ризиків, які можуть бути передані в перестраховання повністю або частково. Договір факультативного перестраховання — це індивідуальна угода, що стосується в основному одного ризику. Він надає повну свободу учасникам договору: перестраховальник має право запропонувати якийсь один вид відповідальності, а перестраховик — прийняти або відхилити пропозицію перестраховальника і висунути зустрічну умову договору. Основний недолік факультативного перестраховання полягає в тому, що оскільки пере-

страховик має повну свободу у вирішенні питання про прийняття пропонованого ризику в перестрахованні і про його відхилення, то до моменту настання страхового випадку ризик може виявитися або неперестрахованим, або перестраховуватися частково. Це не дозволить перестраховальнику повністю компенсувати втрати понад його потенційні фінансові можливості [4].

Облігаторне перестраховування передбачає обов'язкове віддавання перестраховальником раніше узгодженої частини ризику за всіма покриттями. Перестраховик також обов'язково має приймати ці частини ризиків згідно з умовами договору.

У договорі облігаторного перестраховування обов'язково визначаються ліміти відповідальності, перестраховальна премія, перестраховальна комісія, обмеження щодо покриття. Перестраховування на облігаторній основі має універсальний характер, тобто використовується у всіх видах страхування, діє на всіх страхових ринках світу. В облігаторному, як і у факультативному перестрахованні, ризики передаються прямо або через посередника.

Облігаторне перестраховування дозволяє збільшити обсяги страхових операцій, збирає більшу частину перестраховальної премії у професіональних перестраховиків світу. Договір облігаторного перестраховування частіше укладається на невизначений термін із правом взаємного розірвання шляхом повідомлення сторін щодо прийнятого рішення.

За способом розподілу зобов'язань між страховиком і перестраховальником виділяють пропорційне і непропорційне перестраховування. Пропорційне перестраховування полягає в тому, що страховик і перестраховальник розподіляють між собою страхову відповідальність, страхову премію і страхове відшкодування в певній пропорції, тобто з прийнятими ними на свою відповідальність частками. Умовами договору пропорційного перестраховування передбачається, що перестраховальник залишає на своїй відповідальності (власному утриманні) певну частину страхової суми і передає решту у перестраховування. Існують два різновиди пропорційного перестраховування: квотне перестраховування та перестраховування на базі ексцеденту сум.

Квотне перестраховування є найпростішою і нескладною в обслуговуванні формою перестраховування. Страхова компанія – перестраховальник за умовами договору зобов'язується передати в перестраховування обумовлену частину (частку або квоту) страхової суми за всіма договорами, укладеними нею за певними видами страхування, а перестраховик зобов'язаний перестраховувати цю частину. Відповідно при на-

станні страхового випадку перестраховик зобов'язаний відшкодувати страхову виплату прямому страховику у встановленій частці. Крім цього, умовами договору квотного перестраховування може бути обмежена максимальна страхова сума, яка береться перестраховальником на свою відповідальність.

Згідно зі встановленою часткою перестраховиківі перераховуються страхові премії, і відповідно в цій частці перестраховальник оплачує претензії, що виникли при настанні страхового випадку. Зазвичай частка участі в перестрахованні виражається у відсотках від страхової суми.

Перестраховування на базі ексцеденту сум допомагає уникнути недоліків квотного перестраховування. Ексцедент — це частина страхової суми, яка перевищує рівень власного утримання страховика, вираженого в абсолютних цифрах, і яка є об'єктом перестраховування. Відповідно договір ексцеденту сум передбачає, що цедент передає, а перестраховальник приймає в перестраховування тільки ті договори страхування, страхова сума за якими перевищує обумовлену величину (розмір власного утримання). Крім цього, в договорах, переданих у перестраховування, перестраховальник залишає на своїй відповідальності ту саму обумовлену суму власного утримання, а перестраховик бере на себе зобов'язання за частиною страхової суми (ексцеденту). Максимальна величина переданої в перестраховування страхової суми встановлюється в розмірі, кратному величині пріоритету цедента, який називається часткою, або лінією.

Зміст непропорційного перестраховування полягає в тому, що страхова сума, страхові внески та страхові відшкодування розподіляються між страховиком і перестраховальником не в однаковій пропорції. Прямий страховик сам оплачує всі збитки до погодженого в договорі розміру — пріоритету страховика. Всі збитки, що перевищують пріоритет, підлягають оплаті перестраховальниками, але також у межах суми, встановленої договором. Ця сума називається лімітом перестраховального покриття.

Величина перестрахової премії встановлюється в договорах перестраховування у відсотках від річної страхової премії, отриманої перестраховальником за переданим у перестраховування портфелем договорів. У зв'язку з тим, що на початку періоду дії договору перестраховування розмір страхової премії, одержуваної страховиком, невідомий, то він, як правило, сплачує перестраховальну премію авансом, а остаточний розрахунок проводиться в кінці дії договору перестраховування. В окремих випадках сторони можуть домовитися про встановлення фіксова-

ної величини перестраховальної премії, яка вказується в договорі перестраховання і не підлягає зміні.

Слід зазначити, що в цілому розмір перестрахової премії за непропорційного перестраховання нижче, ніж у договорах пропорційного страхування, оскільки участь перестраховальника в страхових виплатах, здійснюваних страховиком, обмежена. Основна мета такого перестраховання — захист страховиків від великих збитків, які можуть бути викликані, наприклад, здійсненням великої страхової виплати по одному об'єкту страхування або необхідністю виробляти велику кількість виплат від одного страхового випадку (кумуляція ризиків).

Загальна математична модель

Фізичні та юридичні особи укладають договори страхування для того, щоб позбавитися від фінансових втрат, що пов'язані з невизначеністю тих чи інших випадкових подій. Нехай застрахований деякий ризик, що може призвести до випадкових втрат X . Після укладання договору страхування, премія страховика складає $p = (1 + \theta)\mathbb{E}X$, де θ — відносна страхова надбавка, встановлена страховою компанією.

Основний поділ договорів перестраховання на різні типи пов'язаний з видом поділу відповідальності між перестраховальником та перестраховиком. Якщо перестраховальник самостійно задовольняє деяку частку α , $0 \leq \alpha \leq 1$, від кожного позову, а перестраховик — частку, що залишилася $1 - \alpha$, то такий вид перестраховання називають пропорційним. Параметр α називають часткою утримання.

Отже, при пропорційному перестрахованні кожен позов величиною X тягне додатковий позов до перестраховика величиною $X^* = (1 - \alpha)X$, так що реальні втрати передавальної компанії складають суму $X_\alpha = X - X^* = \alpha X$.

Нехай встановлюється деяка межа утримання d . Тоді якщо X — величина індивідуального позова, не перевищує d , то перестраховальник покриває позов самостійно. Якщо ж індивідуальний позов перевищує d , то перестраховальник оплачує суму d самостійно, а залишок $X - d$ виплачує перестраховик. Таким чином, позов X для страховика перетворюється у $X^{(d)} = \min(X, d) = X - X^*$, а для перестраховика — $(X - d)_+ = \max(X - d, 0) = X^*$. Варто зауважити, що випадкова величина X^* дорівнює нулю тоді, коли $X = 0$. Тобто якщо позову не було, або у випадку, коли позов до страховика не перевищує фіксований рівень власного утримання.

Очевидно, що перестрахова компанія бере

на себе ризик від перестраховальника за певну плату. Як вказувалося раніше, для перестраховика ця операція досить схожа на пряме страхування. Тому перестрахова премія встановлюється на тих самих засадах, що і премія для прямого страхування, тобто премія за перестраховання ризику дорівнює $(1 + \theta^*)\mathbb{E}X^*$, де $\mathbb{E}X^*$ — очікуваний позов до перестраховика, а θ^* — відносна страхова надбавка, встановлена перестраховиком. Ми будемо розглядати договір перестраховання лише з точки зору перестраховальника. Тому ми будемо вважати, що відносна страхова надбавка, встановлена перестраховиком, є фіксованою [1].

Перестраховання в моделі індивідуального ризику

Нагадаємо, що модель індивідуального ризику — це найпростіша модель функціонування страхової компанії, призначена для розрахунку ймовірності банкрутства. Вона базується на таких припущеннях:

1. Аналізується фіксований, відносно короткий, проміжок часу — зазвичай це один рік.
2. Число договорів страхування N фіксоване і не випадкове.
3. Плата за страховку повністю вноситься на початку аналізованого періоду; ніяких надходжень протягом цього періоду немає.
4. Ми спостерігаємо кожен окремий договір страхування і знаємо статистичні властивості пов'язаного з ним індивідуального позову X (оскільки не всі договори призводять до позову, деякі з випадкових величин X_1, \dots, X_N), де X_i — позов від i -го договору, дорівнюють нулю).

В рамках цієї моделі банкрутство визначається сумарним позовом $S = X_1 + \dots + X_N$ до страхової компанії. Якщо цей сумарний позов більше, ніж резерви компанії, то вона не зможе виконати всі свої зобов'язання і збанкрутує. Тому ймовірність банкрутства компанії дорівнює

$$R = \mathbb{P}(X_1 + \dots + X_N > u).$$

Іншими словами, ймовірність банкрутства — це додаткова функція розподілу величини сумарного позову до компанії за розглянутий проміжок часу.

Будемо вважати, що X_1, \dots, X_N — незалежні випадкові величини. У випадку, якщо це не так, то їх варто об'єднати в один доданок.

Розглянемо операцію згортки, що дозволяє знайти функцію розподілу суми $X + Y$ незале-

жних випадкових величин X та Y за їх функціями розподілу таким чином:

$$F_X * F_Y(s) = F_{X+Y} = \mathbb{P}(X + Y \leq s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{P}(X + Y \leq s | X = x) dF_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{P}(Y \leq s - x | X = x) dF_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbb{P}(Y \leq s - x) dF_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_Y(s - x) dF_X(x).$$

Розглянемо приклад, коли страховик обирає оптимальне перестраховання портфеля, що складається з 20 000 договорів страхування життя. Вони діють протягом одного року та згруповані так: страхова сума $b_k = k$, кількість договорів $n_k = 5000$, $k \in \{1, 2, 3, 4\}$

Ймовірність смерті протягом року кожної застрахованої особи дорівнює $q_k = 0.01$. Страховик хоче оптимізувати ймовірність виконання своїх фінансових зобов'язань за рахунок вибору власного утримання. Очевидно, що решту зобов'язань виплачує перестраховик [1].

Приклад 1. Якщо власне утримання дорівнює 1.6, а помирає власник договору зі страховою сумою 2, то страховик виплачує 1.6, а перестраховик 0.4. Отримавши премії, страховик має капітал A , який використовується для страхових виплат та перестрахових премій. Отримана премія вважається рівною 120% очікуваного значення збитку.

Спочатку встановимо власне утримання рівним 2. З точки зору страховика договори розподіляються так: страхова сума $b_k = k$, кількість договорів $n_k = 10000$, $k \in \{1, 2\}$

Математичне очікування та дисперсія сумарних страхових виплат страховика S дорівнюють

$$\begin{aligned} \mathbb{E}S &= n_1 b_1 q_1 + n_2 b_2 q_2 = \\ &= 10000 \cdot 1 \cdot 0.01 + 10000 \cdot 2 \cdot 0.01 = 300, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbb{D}S &= n_1 b_1^2 q_1 (1 - q_1) + n_2 b_2^2 q_2 (1 - q_2) = \\ &= 10000 \cdot 1 \cdot 0.01 \cdot 0.99 + 10000 \cdot 4 \cdot 0.01 \cdot 0.99 = \\ &= 99 + 396 = 495. \end{aligned}$$

Застосовуючи центральну граничну теорему, отримуємо наближене значення ймовірності того, що виплати S із перестраховою премією $1.2 \cdot 0.01 \cdot 5000 = 60$ перевищать капітал A : $\mathbb{P}(S + 60 > A) = \mathbb{P}\left(\frac{S - \mathbb{E}S}{\sigma_s} > \frac{A - 360}{\sqrt{495}}\right) \approx 1 - \Phi\left(\frac{A - 360}{\sqrt{495}}\right)$.

Перестраховання ексцеденту збитку

Нагадаємо, це договір перестраховання ексцеденту збитку полягає в такому. Встановлюється певний фіксований рівень власного утримання d . Якщо величина індивідуального позову X не

перевищує d , то страховик покриває збиток самостійно. Якщо ж індивідуальний позов X перевищує рівень власного утримання d , то страховик виплачує частину d самостійно, а залишок $(X - d)$ виплачує перестраховик. Таким чином, позов X перетворюється на позов

$$X^{(d)} = \min(X, d)$$

до страховика, та на позов

$$(X - d)_+ = \max(X - d, 0)$$

до перестраховика. Премією перестраховику в цьому випадку вають нетто-премію $\mathbb{E}((X - d)_+)$ договору перестраховання ексцеденту збитку. Покладемо

$$\pi_X(d) = \mathbb{E}((X - d)_+).$$

Вважатимемо, що тут та надалі $F_X(x)$ — функція розподілу X . В дискретному та в неперервному випадках $F_X(x)$ має похідну $f_X(x)$. Тоді

$$\pi_X(d) = \sum_{x>d} (x - d) f_X(x)$$

в дискретному випадку та

$$\pi_X(d) = \int_0^{\infty} (x - d) f_X(x) dx$$

в неперервному.

Для неперервного випадку, інтегруючи частинами та взявши похідну, одержимо, що

$$\pi_X(d) = F_X(x) - 1.$$

Тоді з останньої рівності бачимо, що $\pi_X(d)$ неперервна та строго спадає при $F_X(x) < 1$. Якщо X невід'ємна величина, то $\pi_X(0) = \mathbb{E}X$, також зауважимо, що завжди $\pi_X(\infty) = 0$.

Наведемо теорему, яка показує, що з точки зору дисперсії ризику, який залишається на власному утриманні страховика, перестраховання ексцеденту збитку є оптимальним [2].

Теорема 1. Позначимо через $I(x)$ виплату за договором перестраховання, якщо збиток дорівнює X , $X \geq 0$. Нехай $0 \leq I(X) \leq x$, $\forall x \geq 0$. Тоді

$$\mathbb{E}(I(X)) = \mathbb{E}((X - d)_+) \Rightarrow$$

$$\mathbb{D}(X - I(X)) \geq \mathbb{D}(X - (X - d)_+).$$

Доведення. Зауважимо, що для довільної функції $I(\cdot)$ ми можемо підібрати власне утримання d таким чином, щоб виконувалася рівність для математичних очікувань, вказана в теоремі. Ризики, що залишаються на власному утриманні, мають вигляд $V(X) = X - I(X)$ та $W(X) = X - (X - d)_+$. Оскільки математичні очікування вказаних величин рівні, то достатньо довести, що другий момент $V(X) - d$ не менший

за відповідний другий момент для $W(X) - d$.
Тобто, що

$$\mathbb{E}((V(X) - d)^2) \geq \mathbb{E}((W(X) - d)^2).$$

Для того, щоб виконувалася остання нерівність, достатньо, щоб виконувалася нерівність $|V(X) - d| \geq |W(X) - d|$ майже напевно.

Якщо відбувається подія $X \geq d$, тоді $W(X) \equiv d$. При $X < d$ маємо $W(X) \equiv X$. Тоді маємо

$$V(X) - d = X - d - I(X) \leq X - d = W(X) - d < 0$$

Що й потрібно було довести [2].

Нехай страховик перестраховував N однотипних договорів, тобто позови X_1, \dots, X_N за ними є незалежними та однаково розподіленими випадковими величинами.

Тоді загальний позов до страховика був $S = X_1 + \dots + X_N$. Відповідно після перестраховання він зменшився та став $S^{(d)} = X_1^{(d)} + \dots + X_N^{(d)}$. Однак одночасно зменшується й капітал страховика. До укладання договору перестраховання він був рівний $Np = N(1 + \theta)\mathbb{E}X$, де $\mathbb{E}X$ — нетто-премія, а θ — відносна страхова надбавка. Укладання договору перестраховання призводить до виплати перестраховальником суми

$$N(1 + \theta^*)(\mathbb{E}X - \mathbb{E}X^{(d)}),$$

де $\mathbb{E}X - \mathbb{E}X^{(d)}$ — очікуваний індивідуальний позов до перестраховика, а θ^* — відносна страхова надбавка, встановлена перестраховиком. Тому після укладання договору перестраховання капітал перестраховальника стає рівним

$$\begin{aligned} N(1 + \theta)\mathbb{E}X - N(1 + \theta^*)(\mathbb{E}X - \mathbb{E}X^{(d)}) &= \\ &= N(\theta - \theta^*)\mathbb{E}X + N(1 + \theta^*)\mathbb{E}X^{(d)}. \end{aligned}$$

Відповідно, ймовірність банкрутства стає рівною

$$P\left(S^{(d)} > N(\theta - \theta^*)\mathbb{E}X + N(1 + \theta^*)\mathbb{E}X^{(d)}\right).$$

Використовуючи нормальне наближення, ми можемо записати ймовірність банкрутства так:

$$\begin{aligned} P\left(\frac{S^{(d)} - N\mathbb{E}X^{(d)}}{\sqrt{N\mathbb{D}X^{(d)}}} > \frac{N(\theta - \theta^*)\mathbb{E}X + N\theta^*\mathbb{E}X^{(d)}}{\sqrt{N\mathbb{D}X^{(d)}}}\right) &= \\ \approx 1 - \Phi\left(\frac{N(\theta - \theta^*)\mathbb{E}X + N\theta^*\mathbb{E}X^{(d)}}{\sqrt{N\mathbb{D}X^{(d)}}}\right). \end{aligned}$$

Отже, для мінімізації ймовірності банкрутства нам потрібно максимізувати аргумент функції Φ . Очевидно, що якщо максимум досягається при $d = +\infty$, тоді перестраховання не є доцільно. Якщо ж при $d = 0$, то потрібно пере-страховувати все [1].

Пропорційне перестраховання

Нагадаємо, що договір пропорційного перестраховання полягає у такому. Встановлюється певний межа утримання α , $0 \leq \alpha \leq 1$. Якщо індивідуальний позов складає X , то суму αX виплачує перестраховальник, а $(1 - \alpha)X$ перестраховик.

Тоді після перестраховання сумарний позов до страховика, що дорівнював $S = X_1 + \dots + X_N$, зменшується та стає рівним $\alpha S = \alpha X_1 + \dots + \alpha X_N$. Проте одночасно зменшується і капітал перестраховальника. До укладання договору перестраховання він дорівнював $u + (1 + \theta)\mathbb{E}S$, де u — початковий резерв, а θ — відносна страхова надбавка. Укладання договору перестраховання призводить до виплати перестраховальником премії розміром $(1 + \theta^*)(1 - \alpha)\mathbb{E}S$, де $(1 - \alpha)\mathbb{E}S$ — очікуваний загальний позов до перестраховика, а θ^* — відносна страхова надбавка, встановлена перестраховиком. Тому після укладання договору перестраховання резерв компанії стає рівним

$$\begin{aligned} u + (1 + \theta)\mathbb{E}S - (1 + \theta^*)(1 - \alpha)\mathbb{E}S &= \\ = u + (\theta - \theta^* + (1 + \theta^*)\alpha)\mathbb{E}S. \end{aligned}$$

Відповідно, ймовірність банкрутства стає рівною

$$\begin{aligned} P\left(\alpha S > u + (\theta - \theta^* + (1 + \theta^*)\alpha)\mathbb{E}S\right) &= \\ = P\left(S > \left(1 + \theta^* + \frac{u}{\mathbb{E}S} + \frac{\theta - \theta^*}{\alpha}\right)\mathbb{E}S\right). \end{aligned}$$

Якщо $\theta^* < \theta + \frac{u}{\mathbb{E}S}$, при зменшенні рівня утримання α від 1 (відсутність перестраховання) до 0 (повне перестраховання) ймовірність банкрутства спадає від початкового значення $P(S > (1 + \theta + \frac{u}{\mathbb{E}S})\mathbb{E}S)$ до нуля. Одночасно зменшується і очікуваний прибуток страховика

$$I = (1 + \theta)\mathbb{E}S - (1 + \theta^*)(1 - \alpha)\mathbb{E}S = (\theta - \theta^* + \alpha\theta^*)\mathbb{E}S.$$

У разі, якщо $\theta^* > \theta$ при повному перестрахованні перестраховальник матиме збиток розміром $(\theta^* - \theta)\mathbb{E}S$.

Отже, якщо $\theta^* < \theta + \frac{u}{\mathbb{E}S}$, то за рахунок перестраховання можна зменшити ймовірність банкрутства, одночасно зменшивши рівень прибутку.

Якщо $\theta^* > \theta + \frac{u}{\mathbb{E}S}$, то при зменшенні рівня власного утримання, ймовірність банкрутства зростає, тому варто відмовитися від перестраховання. У випадку, коли $\theta^* = \theta + \frac{u}{\mathbb{E}S}$, ймовірність банкрутства не залежить від рівня власного утримання. Проте, оскільки прибуток буде зменшуватися при зменшенні власного утримання, від перестраховання також варто відмовитися [1].

Висновки

У сучасному світі страхування активно набуває популярності. Люди готові робити регулярні несуттєві виплати задля гарантії уникнення великих збитків. Це основна причина актуальності страхового бізнесу.

Проте ця сфера не є благодібною, відповідно кожна компанія намагається отримати максимальний прибуток за мінімальних витрат. Тому для того, щоб убезпечити себе від банкрутства, страхові компанії звертаються до такого виду діяльності, як перестраховування.

Страховик передає якусь, визначену договором перестраховування, частину ризику перестраховику, за частину премії. З першого погляду взаємовідносини між перестраховальником та перестраховиком дуже схожі на відносини між страхувальником та страховиком. Проте між ними є декілька важливих відмінностей, які можуть впливати на вирішення питання про прийняття чи відхилення відповідальності. Зрозуміло, що на це також впливає й андеррайтингова політика компанії. Важливі відмінності таких взаємовідносин описані у першій частині роботи.

Відповідно у стосунках перестраховальника та перестраховика кожен шукає відповідну вигоду. У цій роботі ми розглядали описані взає-

мовідносини зі сторони перестраховальника.

Отже, у цій роботі було розглянуто основні типи перестраховування: пропорційне та перестраховування ексцеденту збитку. Було проведено аналіз оптимальності таких типів перестраховування та ймовірності банкрутства.

Перестраховування ексцеденту збитку є актуальним для портфелів із великими ризиками. Воно максимально захищає перестраховальника від банкрутства за великих позовів. Проте за такого перестраховування у випадку, якщо позов не відбувся, капітал компанії перестраховальника зменшується на розмір премії, що була виплачена перестраховику. Якщо йдеться про велику страхову суму, це також можуть бути суттєві втрати.

При пропорційному перестраховуванні відповідальність ділиться пропорційно, як і визначається премія, що нібито досить взаємовигідно. Проте при невеликих ризиках, які страховик спокійно міг покрити сам, він змушений передавати у перестраховування відповідну частку, обумовлену договором перестраховування.

Саме через такі позитивні та негативні фактори надзвичайно важливо уважно проаналізувати типи портфелів, на які орієнтована наша компанія, який капітал та чи є взагалі сенс брати на себе той чи інший ризик, за умов кожного з видів перестраховування.

Список літератури

1. Математический анализ рисков в страховании. Москва: Российский юридический издательский дом, 1994. 130 с.
2. Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. *Modern Actuarial Risk Theory. Using R*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2008. 381 с. (Second Edition).
3. Норкин Б. Математические модели оптимизации страхового дела. *Кибернетика и системный анализ*. 2011. № 1. С. 128–145.
4. Скамай Л. Страхування. 2014. URL: https://stud.com.ua/51574/strahova_sprava/perestrahuvannya_metodi_formi_yogo_zdiysnennya.

References

1. *Matematicheskij analiz riskov v strahovanii* (Rossijskij juridicheskij izdatelskij dom, Moskva, 1994).
2. R. Kaas, M. Goovaerts, J. Dhaene and M. Denuit, *Modern Actuarial Risk Theory Using R* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2008).
3. B. V. Norkin, "Matematicheskije modeli optimizatsii strahovogo dela", *Kibernetika i sistennyj analiz*. 1, 128–145 (2011).
4. L. G. Skamai, *Strahuvannya* (2014). Retrieved from https://stud.com.ua/51574/strahova_sprava/perestrahuvannya_metodi_formi_yogo_zdiysnennya.

T. Zhuk

MATHEMATICAL MODELS OF REINSURANCE

Insurance provides financial security and protection of the independence of the insured person. Its principles are quite simple: insurance protects investments, life and property. You regularly pay a certain amount of money in exchange for a guarantee that in case of unforeseen circumstances (accident, illness, death, property damage) the insurance company will protect you in the form of financial compensation.

Reinsurance, in turn, has a significant impact on ensuring the financial stability of the insurer.

Because for each type of insurance there is a possibility of large and very large risks that one insurance company can not fully assume. In the case of a portfolio with very high risks, the company may limit their acceptance, or give part of the reinsurance. The choice of path depends entirely on the company's policy and type of insurance.

This paper considers the main types of reinsurance and their mathematical models. An analysis of the probability of bankruptcy and the optimal use of a particular type of reinsurance are provided.

There are also some examples and main results of research on this topic. After all, today the insurance industry is actively gaining popularity both in Ukraine and around the world. Accordingly, with a lot of competition, every insurer wants to get the maximum profit with minimal effort.

Keywords: mathematical modeling, reinsurance, actuarial mathematics.

Матеріал надійшов 16.08.2020



Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0)