

ГОТФРІД ЛЕЙБНІЦ І СТВОРЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

У статті розглядається внесок Готфріда Вільгельма Лейбніца у створення диференціального числення в контексті його філософської системи. Досліджено взаємозв'язок між метафізичною концепцією монад та математичним поняттям нескінченно малих величин. Проаналізовано публікацію «*Nova methodus pro maximis et minimis*» 1684 року як першу друковану працю з диференціального числення. Висвітлено особливості лейбніцівського підходу до математичного аналізу, його нотацію та методологію. Розглянуто історичну суперечку щодо пріоритету винаходу числення між Лейбніцем та Ньютоном. Показано вплив філософських ідей Лейбніца на формування сучасного математичного аналізу.

Ключові слова: диференціальне числення, монадологія, нескінченно малі величини, *Nova methodus*, історія математики, Лейбніц.

Вступ

Створення диференціального та інтегрального числення в останній третині XVII століття стало одним із найвизначніших досягнень в історії математики, що кардинально змінило не лише математичну науку, а й природознавство загалом. Серед творців цього потужного математичного апарату особливе місце посідає постать Готфріда Вільгельма Лейбніца (1646–1716) — німецького філософа, математика, юриста та дипломата, чий внесок у розвиток математичного аналізу був нерозривно пов'язаний з його філософськими поглядами на природу реальності. На відміну від свого сучасника Ісаака Ньютона, який розробляв метод флюксій переважно для вирішення фізичних задач, Лейбніц підійшов до створення числення з позицій універсального методу пізнання, що мав стати частиною його амбітного проєкту «*characteristica universalis*» — універсальної мови науки [2].

Філософські ідеї та математична реалізація цих ідей

Філософське підґрунтя математичних інновацій Лейбніца найяскравіше виявляється в його вченні про монади — прості, неподільні субстанції, що становлять фундамент реальності. Монади, згідно з Лейбніцем, є справжніми субстанціями, позбавленими матеріального чи просторового характеру, але наділеними внутрішньою активністю — ентелехією, *conatus* або *visus* (прагненням), первинною силою та внутрішнім принципом зміни. Ця концепція метафізичної неподільності знайшла своє математичне втілення в понятті нескінченно малих вели-

чин — диференціалів, які, подібно до монад у метафізиці, були неподільними «атомами» математичного континууму. Лейбніц вважав, що нескінченна кількість монад складає простір, який таким чином не є порожнім, як стверджував Ньютон, а наповнений монадами, що, будучи неподільними та не займаючи простору, є основою для всього іншого через взаємодію між собою.

Математична реалізація цих філософських ідей почала оформлюватися в середині 1670-х років, коли Лейбніц, перебуваючи в Парижі та спілкуючись з видатними математиками того часу, зокрема з Християном Гюйгенсом, почав розробляти власний підхід до аналізу нескінченно малих. До 1677 року він уже мав цілісну систему, але не публікував її до 1684 року. Результатом цієї багаторічної роботи стала публікація в жовтневому номері лейпцизького журналу «*Acta Eruditorum*» статті під назвою «*Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illi calculi genus*» («Новий метод для максимумів і мінімумів, а також дотичних, який не затримується ні на дробових, ні на ірраціональних величинах, і особливий для цього рід числення») [3].

Ця перша друкована праця з диференціального числення, попри свою стислість — усього шість з половиною сторінок, написаних депо неорганізовано та з численними друкарськими помилками — заклала основи нової математичної дисципліни.

У статті Лейбніц увів диференціал dx , що задовольняв правилам:

$$d(x + y) = dx + dy, \quad d(xy) = x dy + y dx, \quad (1)$$

і проілюстрував своє числення кількома прикладами. Два роки потому він опублікував другу статтю «Про глибоко приховану геометрію», в якій увів та пояснив символ $\int f(x) dx$ для інтегрування. Саме ця нотація, на відміну від флюксійного запису Ньютона, стала стандартною в математичному аналізі та використовується донині. Прийняття математичною спільнотою нового числення Лейбніца не було миттєвим. Йоганн Бернуллі у своїй автобіографії згадував, що він та його брат натрапили на коротку статтю Лейбніца в Acta за 1684 рік, де той «у ледь п'яти чи шести сторінках накреслив дуже невиразну ідею диференціального числення, що було скоріше загадкою, ніж поясненням; однак цього було достатньо для нас, щоб зрозуміти весь секрет за кілька днів». Незважаючи на початкові труднощі в розумінні, метод Лейбніца швидко поширився континентальною Європою завдяки його послідовникам, особливо братам Бернуллі, які активно розвивали та популяризували нове числення [2].

Філософські основи лейбніцівського числення виявляються не лише в концепції нескінченно малих, а й у його розумінні природи континууму та нескінченності. Для Лейбніца математика була не просто інструментом для вирішення практичних задач, а способом осягнення глибинної структури реальності. У його математичному мисленні керували п'ять ключових понять: calculus (числення), characteristic (характеристика), ars inveniendi (мистецтво винаходу), method (метод) та freedom (свобода). Числення для нього означало універсальність та плідність — щось мало обчислюватися таким чином, щоб зберігалися однорідність та справедливність (iustitia) або симетрія [3].

Особливо важливим є зв'язок між монадологією Лейбніца та його математичними концепціями. Сучасні дослідження показують, що монади мають положення через свої власні тіла, і навіть якщо власне розташованими є (протяжні) тіла, немає циркулярності в твердженні, що протяжність тіла впливає з взаємного розташування його частин. Ця ідея перегукується з математичним розумінням континууму як чогось, що складається з нескінченної кількості нескінченно малих елементів, кожен з яких має своє «положення» в системі відношень.

Історична суперечка щодо пріоритету винаходу числення між Лейбніцем та Ньютоном, що розгорілася на початку XVIII століття, стала однією з найвідоміших наукових полемік в істо-

рії математики. Хоча Ньютон розробив свій метод флюксій ще в 1666 році у віці 23 років, він не публікував його до 1737 року. Лейбніц почав працювати над своїм варіантом числення в 1674 році та опублікував першу статтю в 1684 році. Сьогодні визнано, що обидва вчені незалежно створили диференціальне та інтегральне числення, причому їхні методи були глибоко різними — Ньютон спирався більше на геометричну інтуїцію та кінематичні проблеми, тоді як Лейбніц підходив до числення з алгебраїчної точки зору [1].

Вплив лейбніцівського підходу на подальший розвиток математики важко переоцінити. Його нотація виявилася не лише зручнішою за ньютонівську, а й більш придатною для подальших узагальнень. Сучасні дослідження основ диференціального числення Лейбніца продовжують відкривати нові аспекти його математичної думки. У XX столітті ідеї Лейбніца про нескінченно малі величини отримали строге обґрунтування в нестандартному аналізі Абрахама Робінсона, що можна розглядати як запізніле виправдання математичних міркувань Лейбніца.

Метафізичні корені математики Лейбніца виявляються також у його концепції передвстановленої гармонії. Подібно до того, як дві синхронізовані години показують однаковий час не через взаємний вплив, а завдяки спільній причині (налаштуванню годинником), монади діють узгоджено не через безпосередню взаємодію, а через передвстановлену гармонію. Ідея знайшла своє відображення в математичному понятті функціональної залежності, де зміни однієї величини закономірно пов'язані зі змінами іншої без необхідності фізичної причинності. Лейбніцівське розуміння нескінченності та континууму було тісно пов'язане з його уявленням про досконалість світу. Він стверджував, що було б великою втратою можливої досконалості дозволяти живим істотам мати тіла лише на тому конкретному рівні агрегації, з яким ми феноменально знайомі, ідея «повноти буття» (plenitudo) знайшла математичне вираження в концепції неперервності функцій та повноти числової прямої. Для Лейбніца математичний континуум був не просто абстрактною конструкцією, а відображенням метафізичної структури реальності, де кожна точка має своє унікальне «місце» в системі відношень, подібно до того, як кожна монада має свою унікальну «точку зору» на універсум.

Висновки

Створення диференціального числення Готфрідом Лейбніцем являє собою унікальний приклад плідної взаємодії філософської думки та математичної творчості. Його метафізична система монадології не просто супроводжувала математичні відкриття, але була їхньою концептуальною основою, надаючи інтуїтивне розуміння природи нескінченно малих величин та континууму. Публікація «*Nova methodus*» у 1684 році стала не лише початком нової ери в математиці, а й демонстрацією того, як глибокі філософські ідеї можуть трансформуватися в потужні математичні інструменти. Історичне зна-

чення внеску Лейбніца полягає не тільки в технічних досягненнях — створенні зручної нотації та ефективних алгоритмів, а й у формуванні нового способу математичного мислення, де аналіз нескінченно малих став основою для розуміння змін та руху. Його підхід, на відміну від більш прагматичного методу Ньютона, відкрив шлях до подальших узагальнень та абстракцій, що визначили розвиток математичного аналізу в наступні століття. Сучасне відродження інтересу до основ лейбніцівського числення та нестандартного аналізу свідчить про непересічну актуальність його ідей для розуміння природи математичного континууму та нескінченності.

Список літератури

1. Бевз В. Г. Історія математики. Харків : Основа, 2006.
2. Бородин О. І. Історія розвитку поняття про число і систему числення. Київ : Радянська школа, 1978.
3. Ленюк М. П., Михацький М. А., Нариси з історії розвитку математики в Україні. Чернівці : Прут, 2004.
4. Назаров В. Ю. Елементи історії математики : навч. посібник. Ніжин : НДПУ, 2002.
5. Шмигевський М. В. Видатні математики. Харків : Основа, 2004.
6. Suntola T. The short history of science—or the long path to the union of metaphysics and empiricism. CreateSpace USA, 2018.

References

1. V. H. Bevez, *History of Mathematics* (Osnova, Kharkiv, 2006).
2. O. I. Borodin, *History of the Development of the Concept of Number and Numeral System* (Radianska shkola, Kyiv, 1978).
3. M. P. Leniuk and M. A. Mykhatskyi, *Essays on the History of Mathematics Development in Ukraine* (Prut, Chernivtsi, 2004).
4. V. Yu. Nazarov, *Elements of the History of Mathematics: Textbook for Students of Physics and Mathematics Faculties* (NDPU, Nizhyn, 2002).
5. M. V. Shmyhevskyi, *Outstanding Mathematicians* (Osnova, Kharkiv, 2004).
6. T. Suntola, *The short history of science—or the long path to the union of metaphysics and empiricism* (CreateSpace USA, 2018).

K. Fedorovska

GOTTFRIED LEIBNIZ AND THE CREATION OF DIFFERENTIAL CALCULUS

The article examines Gottfried Wilhelm Leibniz's contribution to the creation of differential calculus within the context of his philosophical system. The relationship between the metaphysical concept of monads and the mathematical notion of infinitesimals is investigated. The 1684 publication “*Nova methodus pro maximis et minimis*” is analyzed as the first printed work on differential calculus. The features of Leibniz's approach to mathematical analysis, his notation and methodology are highlighted. The historical controversy regarding the priority of the invention of calculus between Leibniz and Newton is examined. The influence of Leibniz's philosophical ideas on the formation of modern mathematical analysis is demonstrated.

Keywords: differential calculus, monadology, infinitesimals, *Nova methodus*, history of mathematics, Leibniz.

Матеріал надійшов 07.10.2025



Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY 4.0)